

# Thermo-dynamische Simulation hinterlüfteter Solarfassaden

Andreas Buchner,  
Manfred Mahler

## Zusammenfassung

Der folgende Beitrag stellt einen einfachen Berechnungsalgorithmus für die thermodynamische Simulation von hinterlüfteten Solarfassaden vor. Die sich infolge von Solarstrahlung und Lüftung einstellende Temperaturverteilung in dem belüfteten Luftspalt stellt den wesentlichen Einfluss auf das thermische Verhalten der gesamten dahinterliegenden Wandkonstruktion dar und gibt Aussagen zur energetischen Effizienz der Fassade. Anhand eines praktischen Berechnungsbeispiels einer in der Schweiz eingesetzten und messtechnisch erfassten Solarfassade, werden die Ergebnisse einer solchen Simulation dargestellt. Die berechneten Werte der Temperaturverteilung stimmen sehr gut mit den im Versuchsstand gemessenen Werten der Lufttemperatur im Strömungskanal überein. Damit stellt der vorgestellte Berechnungsalgorithmus ein einfaches, für die Baupraxis gut umsetzbares Formelwerk zur Simulation von hinterlüfteten Fassaden zur Verfügung.

## Summary

The following article describes a simplified calculation algorithm for the thermodynamic simulation of back ventilated solar facades. The resulting temperature distribution due to solar rays and ventilation in the ventilated air gap, represents the main influence on the thermal behavior of the whole wall construction and allows for statements on the energetic efficiency of the facade. By means of a calculation example of a solar vacade constructed in Switzerland and being monitored, the results of such a simulation are represented. The calculated values of the temperature distribution are in good agreement with the measured values

of the temperature in the flow channel. Therefore, the presented calculation algorithm provides simplified and well transformable formulas for the building industry, for the simulation of back ventilated facades.

## 1 Strömungs- und Temperaturfeld im Luftspalt

### 1.1 Zeichenerklärung / Indizes

#### Zeichenerklärung

A	: Querschnittsfläche [m <sup>2</sup> ]
U	: Umfang [m]
T	: Temperatur [K]
P	: Druck [Pa]
g	: Erdbeschleunigung [m/sec <sup>2</sup> ]
ρ	: Rohdichte Luft [kg/m <sup>3</sup> ]
v	: Luftgeschwindigkeit [m/sec]
c	: Spezifische Wärme [Wh/(kgK)]
α	: Wärmeübergangswert [W/(m <sup>2</sup> K)]
λ	: Reibungsbeiwert [1]
ζ	: Geometrischer Beiwert [1]

#### Index

a	: außen
i	: innen
int	: intern
oi	: Oberfläche innen
hy	: hydraulisch
o	: oben
u	: unten

## 1.2 Allgemeines

Für die Beschreibung des Strömungs- und Temperaturfeldes in einem betrachteten Luftspalt stehen die Erhaltungssätze der Masse, des Impulses und der Energie zur Verfügung. Sie liefern für den eindimensionalen Fall in kartesischen Koordinaten die nachstehenden Ausgangsgleichungen.

Das Axiom von der Erhaltung der Masse:  $\rho \cdot v \cdot A = \text{const.}$  (1)

Das Axiom von der Erhaltung des Impulses liefert für die vereinfachte Annahme einer reibungsfreien, isobaren Strömung folgende Bedingung:

$$(\rho_a - \rho) \cdot g = \rho \cdot \left( v + v \cdot \frac{dv}{dx} \right) \quad (2)$$

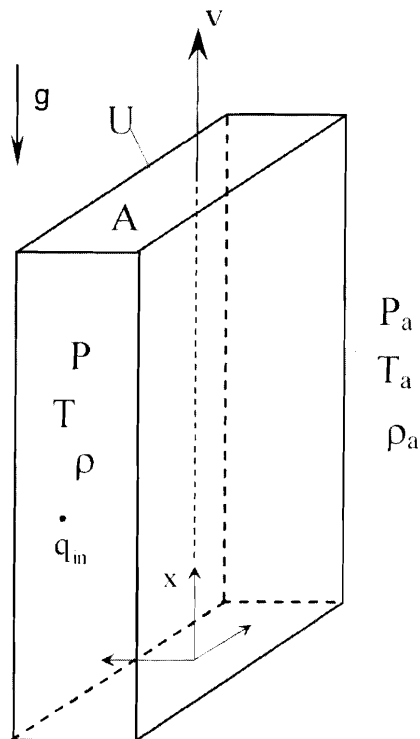


Abb. 1: Geometrie des Strömungskanals

Das Axiom von der Erhaltung der Energie liefert für die Leistungsbilanz des Strömungskanals:

$$\begin{aligned}
 & -c_i \cdot \int \rho \cdot \left( \dot{T} + \frac{dT}{dx} \cdot v \right) \cdot A \, dx + && \text{Leistung im Kanalinnern an der Stelle } x \\
 & \int_0^x \alpha_{oi} \cdot U \cdot [T_{oi} - T] \, dx + && \text{Leistungsgewinn-/Verlust über die Kanalwandungen} \\
 & q_{int} + && \text{Interne Quellen / Senken (z.B. solarer Strahlungseintrag)} \\
 & c_a \cdot A_u \cdot v_u \cdot \rho_a \cdot T_a = 0 + && \text{Einströmende Leistungsmenge}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Hierin wird die Eintrittsgeschwindigkeit  $v_u$  gemäß der Massenerhaltungsgleichung (1) durch die Geschwindigkeit  $v$  ausgedrückt.

$$v_u = v \cdot \frac{\rho}{\rho_a} \cdot \frac{A}{A_u} \tag{4}$$

Zur Definition der Rohdichte in Abhängigkeit der Temperatur und des Druckes, kann als zusätzliche Gleichung das allgemeine Gasgesetz herangezogen werden. Die Rohdichte der Luft läßt sich danach wie folgt berechnen:

$$\rho = \rho_0 \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mit: } p_0 &= 1,0132 \cdot 10^5 \text{ [Pa]} \\
 T_0 &= 273,15 \text{ [K]} \\
 \rho_0 &= 1,2928 \text{ [kg/m}^3\text{]}
 \end{aligned}$$

Um eine relativ einfache und für ingenieurtechnische Anwendungen brauchbare Lösung der oben stehenden Gleichungen zu erhalten, werden zusätzlich folgende Vereinfachungen und Annahmen getroffen:

- Wie in den Gleichungen (1) bis (3) bereits angenommen, wird eine eindimensionale Strömung vorausgesetzt.
- Aufgrund der „schnellen“ Reaktion der thermodynamischen Verhältnisse im Kanal auf die Außenluftbedingungen, kann vereinfachend ein quasi stationäres Strömungsverhalten der Luft im Strömungskanal angenommen werden.

- Die Änderung des Luftdruckes über die Kanalhöhe kann bei geringen Höhenunterschieden zwischen Ein- und Ausströmöffnung des Kanals vernachlässigt werden (isobare Strömung).
- Alle Reibungsverluste werden bei der Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit über einen globalen Reibungsbeiwert  $\lambda$  erfaßt.

## 2 Die Bestimmung der Luftgeschwindigkeit

Aus Gleichung (2) folgt damit für die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  die Beziehung:

$$\frac{v^2}{2g} = \int \left( \frac{\rho_a(x)}{\rho(x,0)} - 1 \right) dx \tag{6}$$

### 2.1 Berücksichtigung der Energieverluste

Wie in der Fluidmechanik allgemein üblich, können auch hier die Energieverlusthöhen "h" in der Kanal-

$$-c_i \cdot \int [\rho \cdot v \cdot A] dT + \int_0^x \alpha_{oi} \cdot U \cdot [T_{oi} - T] dx + q_{int} + c_a \cdot A \cdot v \cdot \rho \cdot T_a = 0 \tag{8}$$

strömung mit folgenden einfachen Ansätzen beschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{\lambda \cdot v^2}{\varnothing_{hy} \cdot 2g} \cdot x && \text{infolge kontinuierlicher Strömung und} \\
 h_{u,o} &= \frac{v^2 \cdot \sum \xi}{2g} && \text{infolge örtlich begrenzter Querschnittsänderungen}
 \end{aligned}$$

Für die Größe des Reibungsbeiwertes  $\lambda$  sind geeignete Annahmen zu treffen. In der klassischen Strömungsmechanik ist der Reibungsbeiwert abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit der Strömungswandung und der Reynoldszahl. Der geometrische Beiwert  $\xi$  kann für die lokalen Querschnittsänderungen im Strömungskanal - insbesondere an der Ein- und Ausströmöffnung - der einschlägigen Literatur entnommen werden.

Werden nun die beiden o.g. Verlustglieder von der "Energiehöhen-gleichung" (6) abgezogen, so erhält man schließlich folgenden Ausdruck für die Strömungsgeschwindigkeit :

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \int \left( \frac{\rho_a}{\rho} - 1 \right) dx}{1 + \frac{\lambda}{\varnothing_{hy}} \cdot x + \sum \xi}} \tag{7}$$

In der Geschwindigkeitsgleichung (7) ist die Dichte der Innenluft noch nicht bekannt, da sie nach Gl. (5) von der Kanalinnentemperatur abhängt.

### 3 Die Bestimmung der Kanalinnentemperatur

Aus Gleichung (3) ergibt sich mit den vorgenannten Annahmen und nach Einsetzen von Gleichung (4) die nachstehende Leistungsbilanz des Strömungskanals:

Hier kann nun für die Geschwindigkeit  $v$  die Gl. (7), sowie für die Dichte die temperaturabhängige Definition gem. Gl. (5) eingesetzt werden, und man erhält die gesuchte Bestimmungsgleichung:

gleichung für die Temperaturverteilung im Luftzwischenraum.

Über die Oberflächentemperatur  $T_{oi}$  der Kanalinnenwandung ist die oben stehende Bedingung mit der instationären Wärmeverteilung in den Wandungen des Kanals gekoppelt. Aufgrund der umfangreichen analytischen Lösung der instationären Wärmeleitgleichung wird hier auf die schriftliche Darstellung verzichtet (vergl. hierzu [1]).

Die Wärmeübergangswerte  $\alpha$  sind ebenfalls stark abhängig von Temperatur und Luftgeschwindigkeit. Sie können mit guter Näherung durch die nachstehende Gleichung beschrieben werden, wobei hier ebenfalls die Geschwindigkeit  $v$  durch Gleichung (7) zu ersetzen ist:

$$\alpha_{oi} = 7,126 \cdot v^{0,8} \cdot \left[ \frac{1}{273,15} \right]^{0,7} + 1,31 \cdot |T_{oi} - T|^{1/3} \quad (9)$$

Bei einer Berechnung des Temperaturfeldes mit instationären Randbedingungen kann Gl. (8) iterativ gelöst werden, wenn die Luftrohdichte über die Kanalhöhe zunächst als konstant angenommen wird. Ist die Temperatur bekannt, lässt sich mit Hilfe der Definition der Dichte das Geschwindigkeitsfeld im Luftzwischenraum gem. Gl. (7) angeben.

#### 4 Berechnungsbeispiel, Simulation einer Solarabsorberfassade

In dem folgenden Berechnungsbeispiel soll die Anwendung des obigen Algorithmus anhand einer thermodynamischen Simulation einer verwendeten Solarabsorberfassade gezeigt werden. Die analysierte Solarfassade wurde an einem Wohnhaus in Winterthur (Schweiz) eingesetzt und ihr Einfluß auf die Temperaturverteilung in den Außenwänden messtechnisch über zwei Jahre erfasst, sodaß ein direkter Vergleich zwischen den simulierten und den gemessenen Werten möglich ist.

#### 4.1 Aufbau der Solarabsorberfassade

Die Solarabsorberfassade besteht aus einer hinterlüfteten Glasfassade mit einem 4 cm breiten Luftspalt und einer lamellenartigen Holzabsorberschicht. Zum Rauminnern schließt sich ein Wandaufbau in Holzständerbauweise an. Der Höhenunterschied zwischen Ein- und Ausströmöffnung beträgt in der betrachteten Geschosshöhe 1,83 m. (Abb. 2)

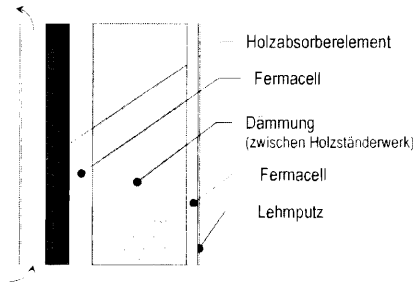


Abb. 2: Wandaufbau der Absorberfassade

#### 4.2 Thermische Randbedingungen

Für die Simulation wird beispielhaft ein strahlungsreicher Tag im August gewählt. Als thermodynamische Randbedingungen dienen die gemessene Außenlufttemperatur vor der Fassade, die Innentemperatur, sowie die gemessene solare Strahlung auf die Fassade. Die Werte sind in den nachstehenden Abbildungen dargestellt. (Abb. 3 und Abb. 4)

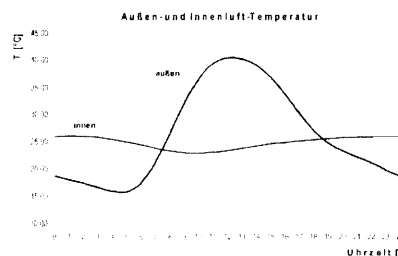


Abb. 3: Temperatur-Randbedingungen

#### 4.3 Simulation und Ergebnisse

Mit den angegebenen Randbedingungen und dem gegebenen Wandaufbau läßt sich nun das instationäre Temperaturfeld gem. Gl. (8) angeben.

Die Temperaturverteilung im belüfteten Zwischenraum ist hier beispielhaft an der Stelle eines Meßfühlers über den Tagesverlauf dargestellt. Sie liegt 80cm über der Einströmöffnung des Luftspaltes. (Abb. 5)

Über die Fassadenhöhe ergibt sich zwischen der Ein- und Ausströmöffnung des Luftspaltes die in Abb. 6 dargestellte Verteilung der Temperatur. An der unteren Einströmöffnung entspricht die Temperatur der Außenlufttemperatur der Umgebung. Infolge der in das Absorbersystem einfallenden Strahlung heizt sich um die Mittagszeit die Luft im unteren Bereich des Strömungskanals rasch auf. Mit zunehmender Höhe erhöht sich auch die Strömungsgeschwindigkeit der Luft, womit sich die Verweildauer der Luft an einem Ort mehr und mehr verringert. Zudem nimmt die Größe des Wärmeübergangs  $\alpha$  mit steigender Luftgeschwindigkeit zu. Die Folge ist eine Abkühlung der Lufttemperatur im Strömungskanal mit zunehmender Höhe, die sich jedoch schnell einem konstanten Temperaturwert annähert. In Abb. 7 ist die thermische Auftriebsgeschwindigkeit der Luft im Strömungskanal gem. Gl (7) über die Kanalhöhe grafisch dargestellt. Infolge der Kopplung der Strömungsgeschwindigkeit mit der Lufttemperatur wird die Strömungsgeschwindigkeit der

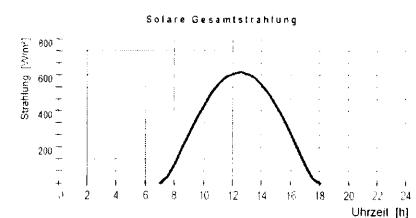


Abb. 4: Solare Gesamteinstrahlung auf die Süd-Fassade

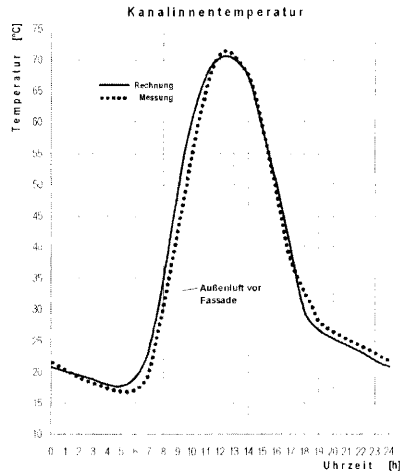


Abb. 5: Temperaturverteilung im Luftspalt bei  $x = 0,8m$

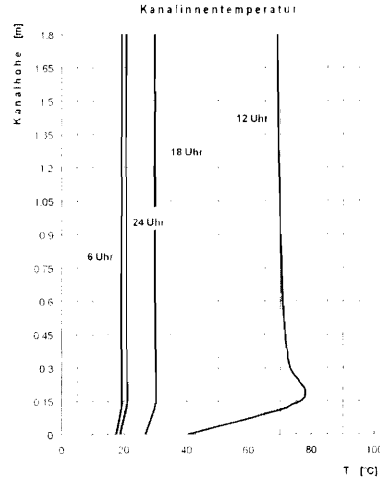


Abb. 6: Temperaturverteilung über die Kanalhöhe

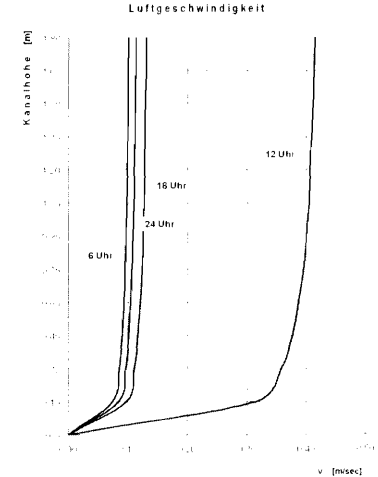


Abb. 7: Luftgeschwindigkeit im Strömungskanal

Luft direkt durch die Temperaturverteilung über die Kanalhöhe beeinflusst. Auch sie strebt mit zunehmender Strömungslänge einem konstanten Wert entgegen.

## 5 Literatur

- [1] Mahler, M.: Analytische Lösung der instationären Temperaturfeldgleichung für beliebige Randbedingungen bei Berücksichtigung innerer Wärmequellen. Dissertation BUGH Wuppertal 1988

Dipl.-Ing.

**Andreas Buchner**

Drohnenweg 22

44795 Bochum

Tel. 0234 / 5882888

E-mail: IBBuchner@epost.de

Dr.-Ing.

**Manfred Mahler**

Paul-Koltzsieper-Str. 32

42899 Remscheid

Tel. 02191 / 953150

E-mail: Dr.-Ing.Mahler-rs@t-online.de